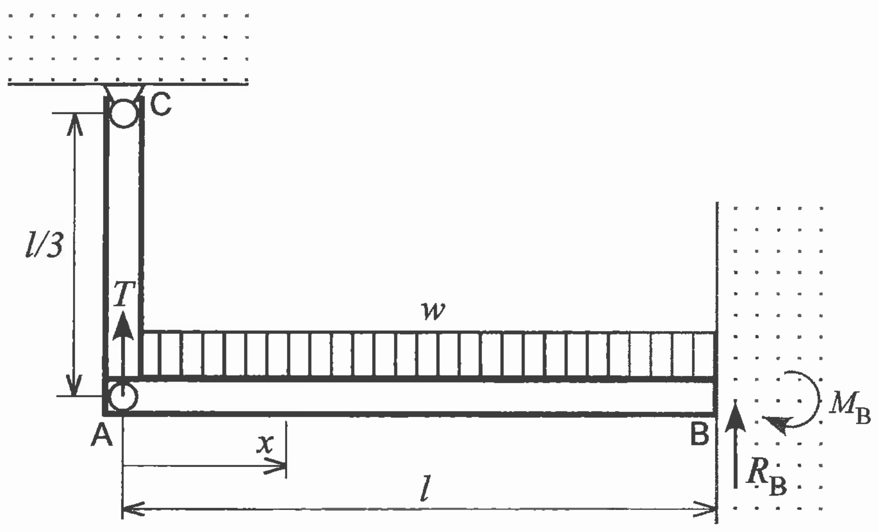
機械科学Ｉ

（問題１から問題３のすべてに解答し，それぞれ別の解答用紙に記入せよ．各問題に２枚以上の答案用紙を用いる場合には，「問題１（２枚目)」などのように記入せよ.)

問題１

図のように，長さ l の部材 AB は単位長さあたり w の等分布荷重を受けるはりであり，先端 A において長さ $l/3$ の部材 AC で支持されている．点 A と点 C はピン接合である．部材 AB, AC はいずれも円形断面（直径 $d<<l$）を持ち，ヤング率（縦弾性係数）は E である．部材 AB が部材 AC から受ける力を T，固定端 B から受ける力およびモーメントをそれぞれ R_B，M_B とする．点 A からの距離を x として，次の問いに答えよ．なお，部材の自重の影響は無視する．



図

（１）　はり AB の断面２次モーメント（慣性モーメント）I を導出せよ．

（２）　R_B および M_B を l, w, T を用いて表せ．

（３）　点 A におけるたわみ δ とたわみ角 θ を l, w, T, E, I を用いて表せ．

（４）　T を l, w, d を用いて表せ．

（５）　系全体における最大応力の大きさ σ_{max} とその作用する位置を示せ．

問題２

次の（１），（２）の両方を解答し，それぞれ別の答案用紙に記入せよ．

（１） 図１に示す気球内に，圧力 100 kPa，温度 300 K のヘリウムガスが 50 m^3 入っている．この気球は，圧力 200 kPa，温度 300 K で常に維持されているヘリウムガス供給源にバルブを介して連結されているものとする．バルブを開きヘリウムガスを気球の中に供給し，気球内圧力がガス供給源の圧力に等しくなったときバルブを閉じるものとする．気球の膨張過程で，気球内圧力と気球内容積は比例するものとする．ここで，ヘリウムガスを理想気体として扱い，気体定数を 2 kJ/(kg・K)，定圧比熱を 5 kJ/(kg・K)として以下の設問に答えよ．

ただし，気球は弾力のある軽い断熱素材でできており，気球とバルブとの連結管は十分短くその体積は無視でき，連結管は外部とは断熱されているものとする．また，ヘリウムガス供給中において気球内の温度および圧力は一様とし，ヘリウムガスの運動エネルギや重力によるポテンシャルエネルギの変化は無視できるものとする．なお，圧力はすべて絶対圧力とする．

(a) バルブが開かれる前と閉じられた後の気球内のヘリウムガスの内部エネルギを求めよ．
(b) バルブが開かれていた間に気球内のヘリウムガスがした仕事量を求めよ．
(c) バルブを通過するヘリウムガスの単位質量あたりのエンタルピ（比エンタルピ）を求めよ．
(d) バルブを通過したヘリウムガスの質量を求めよ．
(e) バルブが閉じられた後の気球内ヘリウムガスの温度を求めよ．
(f) (e)で求めた温度が初期温度（300 K）から変化する理由を説明せよ．

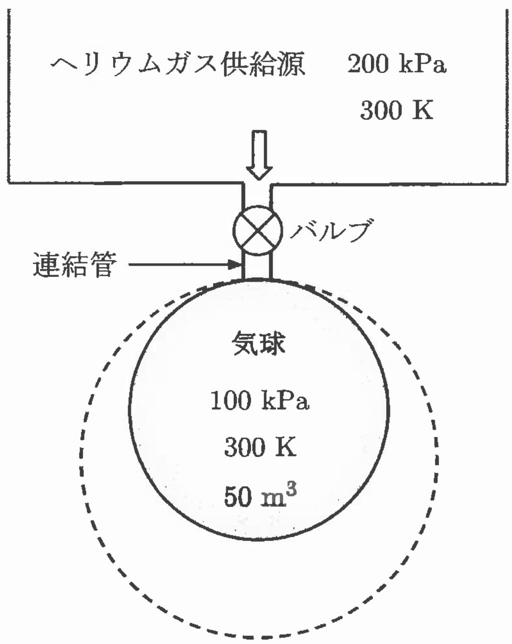


図１

問題２の続き

（２） 平板の厚み方向に熱伝導率が連続的に変化する不均一平板の等価熱伝導率を求めたい．ここで，等価熱伝導率とは，一定の温度差のもと，平板を通過する熱流束（単位時間・単位面積当たりの熱エネルギ）が不均一平板と等しくなるような，同じ厚さの均一平板の熱伝導率と定義する．

そこで，厚さLの不均一平板の熱伝導率を，図２に示すようなn層（nは正の整数）の離散的な分布で近似する．各層の厚さは$\Delta x(=L/n)$で等しく，各層内の熱伝導率は$k_i(i=1,2,\cdots,n)$で一定とする．平板の左端からの距離をxとし，$x=0$で温度T_0，$x=L$で温度T_Lとして以下の設問に答えよ．ただし，熱の移動はx方向にのみ起こり時間的には変化しないものとする．

(a) $n=1$，すなわち均一平板とみなしたとき，この平板を通過する熱流束qを求めよ．

(b) $n=2$に対する等価熱伝導率$\bar{k}$を求め，$\bar{k}$と２層の算術平均値$\frac{1}{2}(k_1+k_2)$との大小関係を示せ．

(c) 任意のnに対する等価熱伝導率$\bar{k}$を求めよ．

(d) (c)の結果を利用し，熱伝導率がxの連続関数$k(x)=1/(c_0+c_1x)$の場合の，厚さLの平板の等価熱伝導率$\bar{k}$を求めよ．ただしc_0，c_1は正の定数とする．

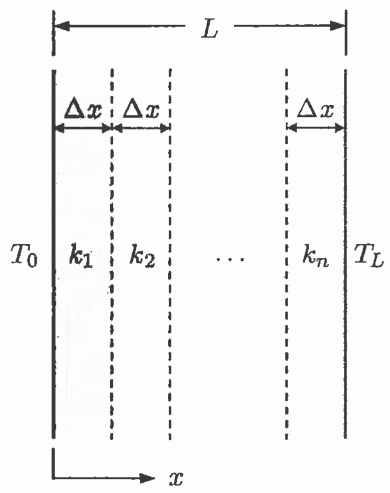


図２

問題 3

図１に示すような，直径 d_A [m]，d_B [m] の２つのプーリ A，B に平ベルトが掛けられたベルト伝動装置を考える．プーリ A を原動側，プーリ B を従動側とするとき以下の問に答えよ．ここで，ベルトの厚さ t [m] はプーリ径に対して十分に小さく ($t \ll d_A$, $t \ll d_B$) 無視できるものとする．また，ベルトは垂れ下がることなく直線状に張られており，ベルトとプーリの間のすべりは無視できるものとする．

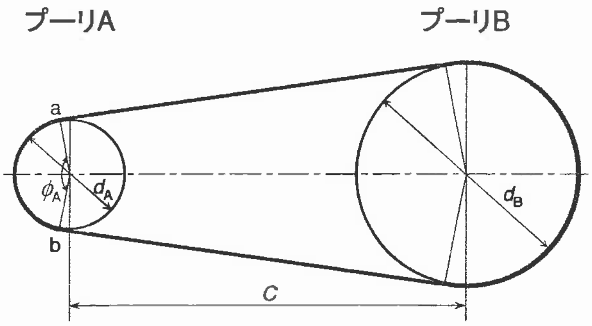


図１

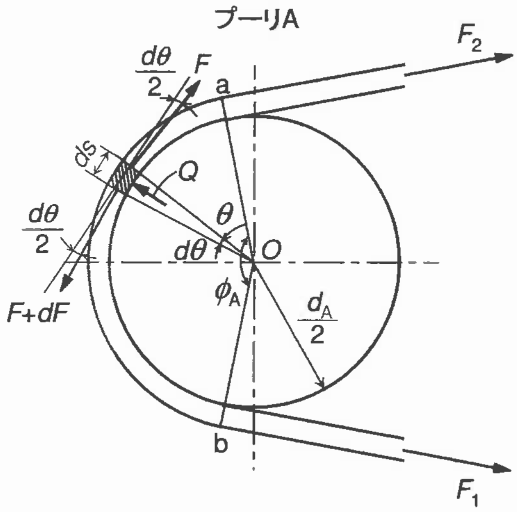


図２

(1) ベルトが静止しているとき，プーリ A に接触している平ベルトの巻付け角は ϕ_A [rad] であった．両プーリの軸間距離が C [m] であるとき，ベルトの全長 L [m] を求めよ．

(2) ベルトが一定速度 v [m/s] で運動しているとき，プーリ A および B の回転の角速度をそれぞれ求めよ．

(3) プーリ B の回転数をプーリ A の回転数の $\dfrac{1}{n}$ にするとき，プーリ B の直径 d_B を d_A を用いて表せ．

(4) 図２に示すように，ベルトがプーリ A に接触している範囲 ($0 \leq \theta \leq \phi_A$) の任意の場所におけるベルトの微小部分 (長さ ds) に働く力のつり合いを考える．この微小部分には，ベルト張力 F [N]，$F + dF$ [N] および遠心力が作用している．また，ベルトはプーリから単位長さ当たり Q [N] の垂直抗力を受け，ベルトとプーリの間には単位長さ当たり μQ [N] の摩擦力 (μ は摩擦係数) が生じているものとする．このとき以下の問 (a)，(b) に答えよ．

問題 3の続き

(a) ベルトが一定速度 v で運動しているとき，ベルトの微小部分に作用する力のつり合い式を半径方向および円周方向のそれぞれについて書け．ここで巻付け角はプーリの静止状態から変化しないものとする．なお，ベルトの単位長さ当りの質量を m [kg/m] とする．

(b) (a) の結果を用いて，以下の関係式が成り立つことを示せ．

$$\frac{dF}{F - mv^2} = \mu d\theta$$

(5) 図 2 に示すように，プーリ A においてベルトを引き込む側の張力を F_1 [N]，送り出す側の張力を F_2 [N] とする．問 (4)(b) の関係式から，ベルトの有効張力 $F_e = F_1 - F_2$ を，F_1 と ϕ_A を用いて表せ．なお，ベルト速度を v とし，巻付け角はプーリの静止状態から変化しないものとする．

(6) ベルトの伝達動力 P [W] は F_e と v を用いて $P = F_e v$ で与えられる．P が最大となるとき，v と F_1 との関係を示せ．

(7) 伝達動力 P に対するベルトの質量の影響が無視できるのはどのような条件のときか．v，F_1 を用いて答えよ．

(8) 図 1 のベルト伝動装置を，両プーリ軸を含む面が地面に対して水平になるように設置する．このベルト伝動装置を駆動させると，実際にはベルト張力等の影響でベルトは伸び，自重によりベルトにたわみが生じる．このようにたわみが生じた場合においても伝達動力を出来るだけ低下させないためには，プーリの回転方向を時計回りと反時計回りのどちらにすべきか．理由を述べて答えよ．