

## 生体システム工学

次の [ 1 ] ~ [ 3 ] の 3 題を，それぞれ別の解答用紙に答えよ．

[ I 1 ]

以下の問いに答えよ．

(問 1) 筋の構造と収縮メカニズムに関して記述された以下の文章および図 1 の空欄 (a)-(j) に当てはまる適切な語句を解答用紙に記せ．ただし，同じ記号の空欄には同じ語句が入る．

ヒトの身体運動は，腱などを介して骨格に付着した筋の収縮により制御される．筋は (a) と呼ばれる多核細胞からなっており，その (a) は (b) からなっている．(b) を詳細に観察すると，明るく見える部分 ( (c) 帯 ) と暗く見える部分 ( (d) 帯 ) からなる縞模様を確認することができる．この縞模様を形成するのは 2 種類のタンパク質フィラメントであり，細いフィラメントは (e) 分子からなり，太いフィラメントは (f) 分子からなる．(c) 帯の中央には (g) 帯 (あるいは (g) 線) と呼ばれる線が見られ，(g) 帯と (g) 帯の間を一つの単位と考え筋節 (サルコメア) と呼ぶ．

中枢神経系からの指令あるいは末梢神経系における反射により生じる運動ニューロンの活動電位は，神経を伝播して神経線維の終末に至る．この活動電位が神経終末へ到達すると，シナプス小胞に蓄えられている (h) が放出され，刺激が (a) へ伝達される．刺激はやがて (i) へ伝わり，(i) は蓄積している (j) 元素名 イオンを放出する．放出された (j) イオンは (e) フィラメントと (f) フィラメントの結合を引き起こし，結果として筋が収縮する．

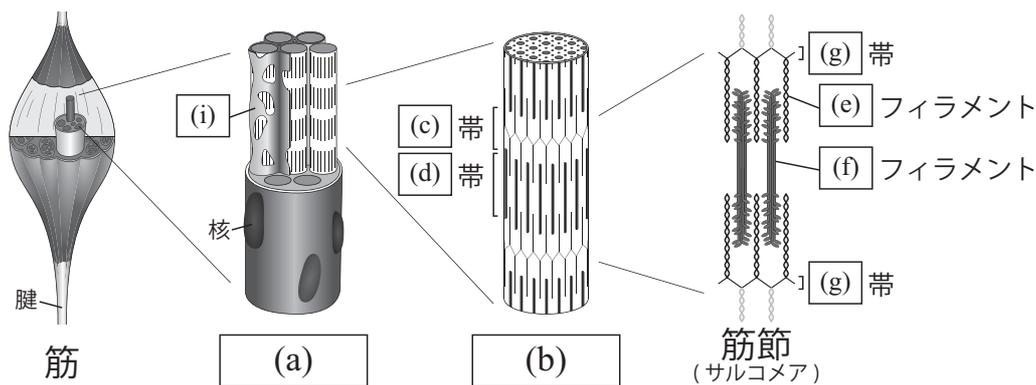


図 1: 筋の構造を概念的に表した図．

(次のページに続く)

(問2) ヒト身体運動の制御メカニズムを探る研究において、神経-筋骨格系のモデルは重要な道具である。その神経-筋骨格系モデルを構成する筋および腱の複合体（筋腱複合体）のモデルとして、運動ニューロンからの入力に応答して能動的に収縮する要素（Contractile Element, CE）と、筋腱複合体の伸張あるいは短縮に対する抗力を受動的に発生する要素を組み合わせたモデル（図2(a)）が広く使われている。受動的抗力は、CEに並列な成分（Parallel Elasticity, PE）と直列な成分（Series Elasticity, SE）に分けられる。以下では、PEおよびSEは自然長 $\bar{l}_{PE}$ および $\bar{l}_{SE}$ からの伸びに比例した力を発生するバネとし、それぞれのバネ定数を $k_{PE}$ および $k_{SE}$ とする。

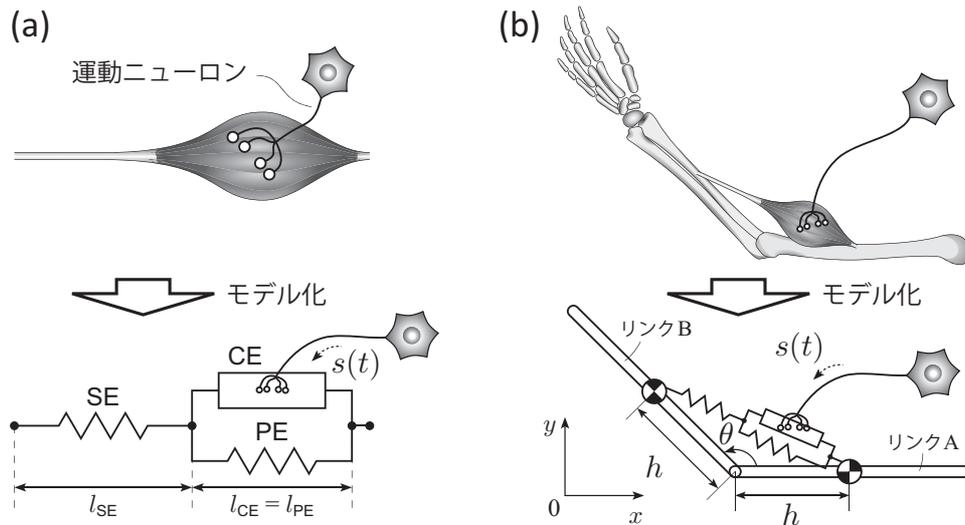


図 2: (a) 筋腱複合体の概念図とそのモデル．(b) 筋腱複合体に駆動される神経-筋骨格系の概念図とそのモデル．

- (ア) ある瞬間に、CEの張力が $F_{CE}$ であり、PEおよびSEの長さが $l_{PE} (> \bar{l}_{PE})$ および $l_{SE} (> \bar{l}_{SE})$ であった。この瞬間に、CE、PE、およびSEの間で満たされるべき力のつり合いの式を記せ。
- (イ) 時刻 $t$ において、CEが発生する張力 $F_{CE}(t)$ は、CEの長さ $l_{CE}(t)$ と伸張あるいは短縮の速さ $v_{CE}(t)$ 、および筋の活動度 $a(t)$ に依存し、以下のように記述されるとする。

$$F_{CE}(t) = a(t) F_{\max} f_l(l_{CE}(t)) f_v(v_{CE}(t)) \quad (1)$$

式中の $F_{\max}$ は筋が発生できる最大張力を表す定数である。CEの長さ $l_{CE}$ と張力の関係は関数 $f_l$ で表され、伸張あるいは短縮の速さと張力の関係は関数 $f_v$ で表される。運動ニューロンの活動度を $s(t)$ としたとき、それを入力として、筋の活動度 $a(t)$ は以下の微分方程式で表される。

$$\frac{d}{dt} a(t) = \frac{1}{\tau} (s(t) - a(t)) \quad (2)$$

ただし $\tau$ は筋の活動度の時定数である。

時刻  $t = 0$  において，CE へ運動ニューロンから図 3 に示す  $s(t)$  が入力されたとする．ただし， $a(0) = 0$  とする．時刻  $\tau_1 (= \tau)$ ， $\tau_2 (= 1.5\tau)$ ，および  $\tau_3 (= 2\tau)$  における筋の活動度の大きさ  $a(\tau_1)$ ， $a(\tau_2)$ ， $a(\tau_3)$  を計算せよ．また，時刻  $t = 0$  から  $t = 3\tau$  における筋の活動度の時間変化の概形を描画せよ．グラフには時刻  $\tau_1 (= \tau)$ ， $\tau_2 (= 1.5\tau)$ ，および  $\tau_3 (= 2\tau)$  を明示せよ．

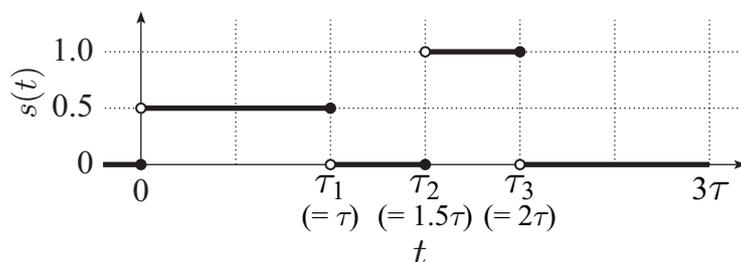


図 3: 運動ニューロンから入力される  $s(t)$  の時間変化．

(問3) 図2(b)のように、ヒトの腕をモデル化した剛体2リンクシステムを考える。この時、この腕の運動は図2(a)で考えた筋腱複合体で駆動されるものとする。このシステムは、2次元平面 ( $x$ - $y$  平面) 内で運動する。この空間内で質量をもつ要素には、 $y$  軸の負の方向への重力が作用する。重力加速度の大きさを  $g$  とする。2本の剛体リンクのうち一方のリンク A は  $x$  軸に平行な姿勢で空間に固定されており動かない。他方のリンク B の一端はリンク A の左端とジョイントで連結されており、ジョイントを中心として回転する。リンク A とリンク B のなす角の大きさを  $\theta$  とする。それぞれのリンクの質量は  $m$ 、ジョイントからリンクの質量中心までの距離は  $h$  である。筋腱複合体の両端が各リンクの質量中心に接続されている。筋腱複合体の CE は、運動ニューロンからの入力  $s(t)$  に対して式 (1) および (2) に従って張力を発生し、リンク B の姿勢が変化する。

以下では、運動ニューロンからの入力  $s(t)$  が一定値  $\tilde{s}$  である場合を考える。CE に入力される  $s(t)$  が  $\tilde{s}$  になってから十分な時間が経過してリンク B が角度  $\tilde{\theta}$  で静止し、筋の活動度も定常状態に至っているとす。このとき、 $\pi/2 < \tilde{\theta} < \pi$ 、 $l_{SE} > \bar{l}_{SE}$ 、および  $l_{PE} > \bar{l}_{PE}$  である。ただし、筋腱複合体の質量およびリンクの太さは無視できる。また、CE の長さ  $l_{CE}$  と PE の長さ  $l_{PE}$  は常に等しい。さらに、筋腱複合体の全長を  $l_{SE} + l_{CE}$  とする。

- (ア) 定常状態における筋の活動度  $\tilde{a}$  を、 $\tilde{s}$  を用いて表せ。
- (イ) 定常状態における SE の張力  $\tilde{F}_{SE}$  を、 $m$ 、 $h$ 、 $g$ 、および  $\tilde{\theta}$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (ウ) 定常状態における CE の長さ  $\tilde{l}_{CE}(= \tilde{l}_{PE})$  を、 $m$ 、 $h$ 、 $g$ 、 $\tilde{\theta}$ 、 $k_{SE}$ 、 $k_{PE}$ 、 $\bar{l}_{SE}$ 、 $\bar{l}_{PE}$ 、および  $\tilde{F}_{SE}$  のうち必要なものを用いて表せ。
- (エ) 定常状態における筋の活動度  $\tilde{a}$  を、 $m$ 、 $h$ 、 $g$ 、 $\tilde{\theta}$ 、 $k_{SE}$ 、 $k_{PE}$ 、 $\bar{l}_{SE}$ 、 $\bar{l}_{PE}$ 、 $F_{max}$ 、 $f_l$ 、 $f_v$ 、 $\tilde{F}_{SE}$ 、および  $\tilde{l}_{CE}$  のうち必要なものを用いて表せ。

[I 2]

$s$  を複素数 ( $s = \sigma + j\omega$ ,  $\sigma$  と  $\omega$  は実数,  $j^2 = -1$ ),  $t$  を時間を表す実変数とする.

(問1) 複素関数論に関する下記の問いに答えよ.

(ア) 複素関数  $\frac{1}{s(2s+1)}$  を, 中心が複素平面の原点  $O$ , 半径が  $1$  である円周に沿って反時計方向に周回積分し, その値を求めよ.

(イ) 複素指数関数  $\exp(st)$  が正則であることを示せ.

(問2) 関数  $x(t)$  のラプラス変換  $X(s)$  を式 (1) で定義する. 下記の問いに答えよ.

$$X(s) = \int_0^{\infty} x(t) \exp(-st) dt \quad (1)$$

(ア) 図1のような抵抗  $R$ , コンデンサ  $C$  等で構成される回路を考え, 式 (2) で表される電圧  $v_i(t)$  を印加する.  $v_i(t)$  のラプラス変換  $V_i(s)$  を計算せよ. なお,  $s$  の実数部は正,  $E$  は実定数である.

$$v_i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ E & t \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

(イ)  $v_i(t)$  とコンデンサ両端の電圧  $v_o(t)$  の関係式を記述せよ. なお,  $t \leq 0$  で  $v_o(t) = 0$  とする.

(ウ)  $v_o(t)$  のラプラス変換である  $V_o(s)$  を,  $V_i(s)$ ,  $R$ ,  $C$  等で表わせ.

(エ) 複素関数  $\frac{1}{2\pi j} V_o(s) \exp(st)$  を,  $\Gamma$  に沿って反時計方向に周回積分し, その値を求めよ.  $\Gamma$  は図2に記述されているような中心が複素平面上の  $(\sigma_0, 0)$ , 半径が  $a$  である半円と線分 ( $\sigma = \sigma_0, -a < \omega < a$ ) から構成される閉曲線 (点線) である. また,  $\sigma_0 > 0, a - \sigma_0 > 1/RC$  とする.

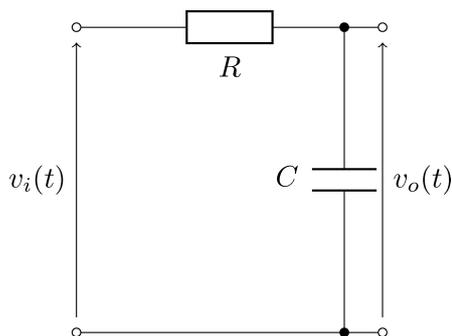


図 1: RC 回路

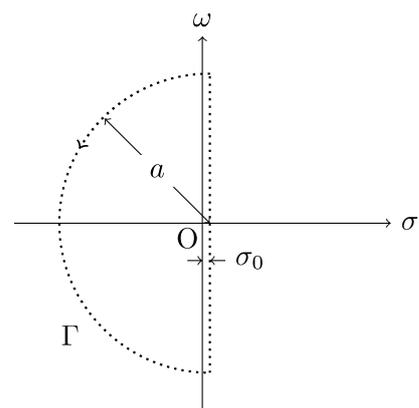


図 2: 複素平面上の閉曲線  $\Gamma$  (点線)

[I 3]

規則正しい繰り返し模様を複数重ね合わせたとき，もとの模様の繰り返し周期よりも長い周期の縞模様が見られることがあり，そのような縞模様はモアレ縞 (moiré pattern) と呼ばれる．ここでは，モアレ縞の発生を応用した計測について考える．以下の問に答えよ．

- (問1) 同じ幅のまっすぐな線が平行に等間隔で並んだ模様を平行直線格子と呼ぶ．ここでは，図1(a)のような2つの平行直線格子を重ね合わせたときに現れるモアレ縞について考える．そのために，図1(b)のように， $xy$  平面上に  $x$  軸と平行な平行直線格子パターン1と  $x$  軸に対し角度  $\theta$  を成す平行直線格子パターン2を重ねる．パターン1とパターン2の格子間隔(ピッチ)をそれぞれ  $\lambda_1, \lambda_2$  とする．パターン1とパターン2を構成する線の幅はどちらも同じとし，各線の位置を線幅の中心を通る直線によって指定する．各平行直線格子に含まれる直線に順番を表す指数  $m_1, m_2$  をそれぞれ割り振り， $m_1 = 0$  と  $m_2 = 0$  が指定する直線の交点を  $xy$  平面の原点  $O$  にとる．このとき，モアレ縞のピッチは直線格子の交点に注目することで求めることができる．以下では， $M = m_1 - m_2$  が一定となる交点を結んだ直線(図1(b)中の破線)を考える．
- (ア) 図1(b)の破線位置は，モアレ縞の濃淡パターンの濃い(より黒く見える)部分に相当するか，薄い(より白く見える)部分に相当するかを答えよ．さらに，視覚的に濃淡が見られる理由を説明せよ．
- (イ)  $M$  で指定される交点を結ぶ直線(図1(b)中の破線)を表す式を求めよ．
- (ウ) モアレ縞が  $x$  軸と成す角を  $\phi$  とする． $\sin \phi$  を求めよ．
- (エ) モアレ縞のピッチを  $\lambda$  とする． $\lambda$  を求めよ．

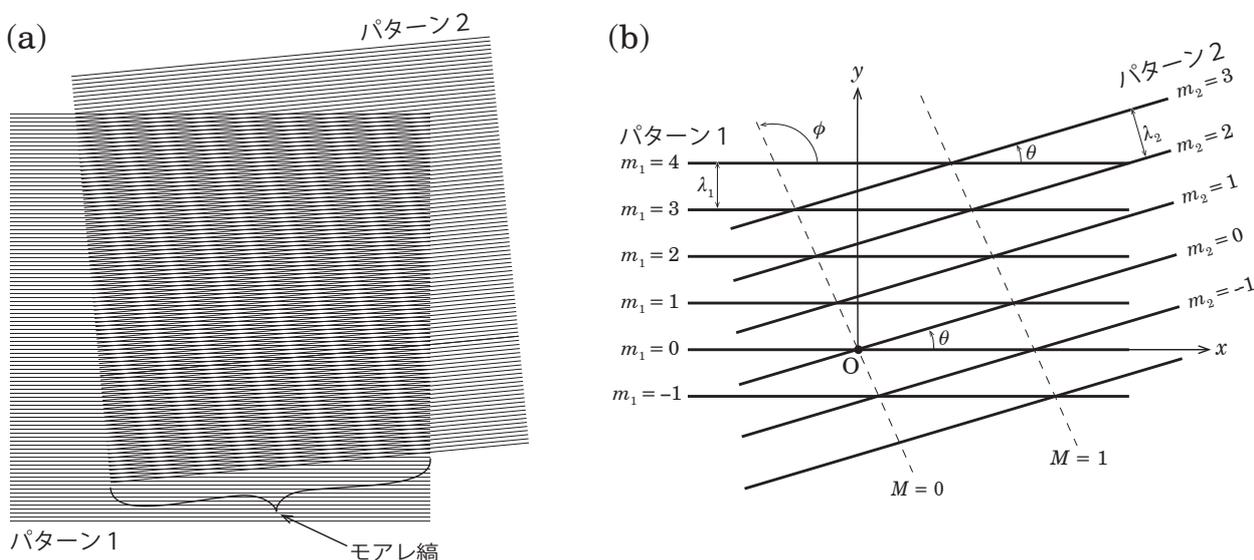


図1: 直線格子の重ね合わせにより発生するモアレ縞

(問2)  $xy$  平面上において、ピッチが  $0.100 \text{ mm}$  と  $0.101 \text{ mm}$  の2つの平行直線格子パターンをどちらも  $x$  軸と平行になるように重ね合わせた場合を考える。

(ア) モアレ縞のピッチを求めよ。

(イ) 1つの平行直線格子の位置を固定し、もう1つ平行直線格子を  $y$  軸方向にわずかにずらしたとき、モアレ縞が約  $5 \text{ mm}$  移動した。このとき、ずらした平行直線格子の移動距離を見積もれ。

(問3) 図1(b)において、2つの平行直線格子パターンのピッチが同じ ( $\lambda_1 = \lambda_2$ ) の場合を考える。

(ア)  $\sin \phi$  と  $\lambda$  を、 $\lambda_1$ ,  $\sin(\theta/2)$ ,  $\cos(\theta/2)$  を用いて表せ。

(イ) ピッチが  $0.1 \text{ mm}$  である2つの平行直線格子パターンを  $0.5^\circ$  の成す角で重ね合わせたとき、モアレ縞のピッチの近似値を求めよ。

(問4) モアレ縞を利用して3次元的形状を測定する方法はモアレトポグラフィと呼ばれる。モアレトポグラフィは、人体の形状計測や工業製品の形状検査などへ応用されている。ここでは、モアレトポグラフィの例として、図2(a)に示したような格子照射法を考える。図2(a)は被測定物体を含む断面を表している。格子照射法では、図2(a)のように平行直線格子を基準格子として被測定物体の上に設置する。図2(a)では、基準格子は紙面の奥行方向に伸びている。基準格子の上方にある点光源Aから光を照射することで基準格子のパターンを被測定物体表面に投影し、観測点Bから基準格子を介して被測定物体表面を見ることで、被測定物体の形状に応じてゆがめられた投影模様と、観測点Bから見た基準格子のパターンが作るモアレ縞が観測できる。以下では図2(b)のように、基準格子のピッチを $\lambda_0$ とし、基準格子から距離Dだけ上方に点光源Aおよび観測点Bを距離Lだけ離して設置する。図2(b)に示したように、点光源Aと基準格子の間隙の中心を通る直線(実線)に、その順番を表す指数 $m_A$ を割り振る。さらに、基準格子の間隙の中心と観測点Bを通る直線(破線)についても、その順番を表す指数 $m_B$ を割り振る。基準格子の下方にあるこれらの直線(実線と破線)の交点について、基準格子からの距離を上から順に $d_1, d_2, \dots$ とする。ここで、 $M = m_B - m_A$ を定義すると、 $d_1$ は $M = 1$ である交点と基準格子の間の距離を表し、 $d_2$ は $M = 2$ である交点と基準格子の間の距離を表す。

(ア) 図2(b)に示した断面において、Mが一定である交点と基準格子の距離 $d_M$ を求めよ。

(イ) 格子照射法を用いて被測定物体の3次元的形状を計測する方法を説明せよ。

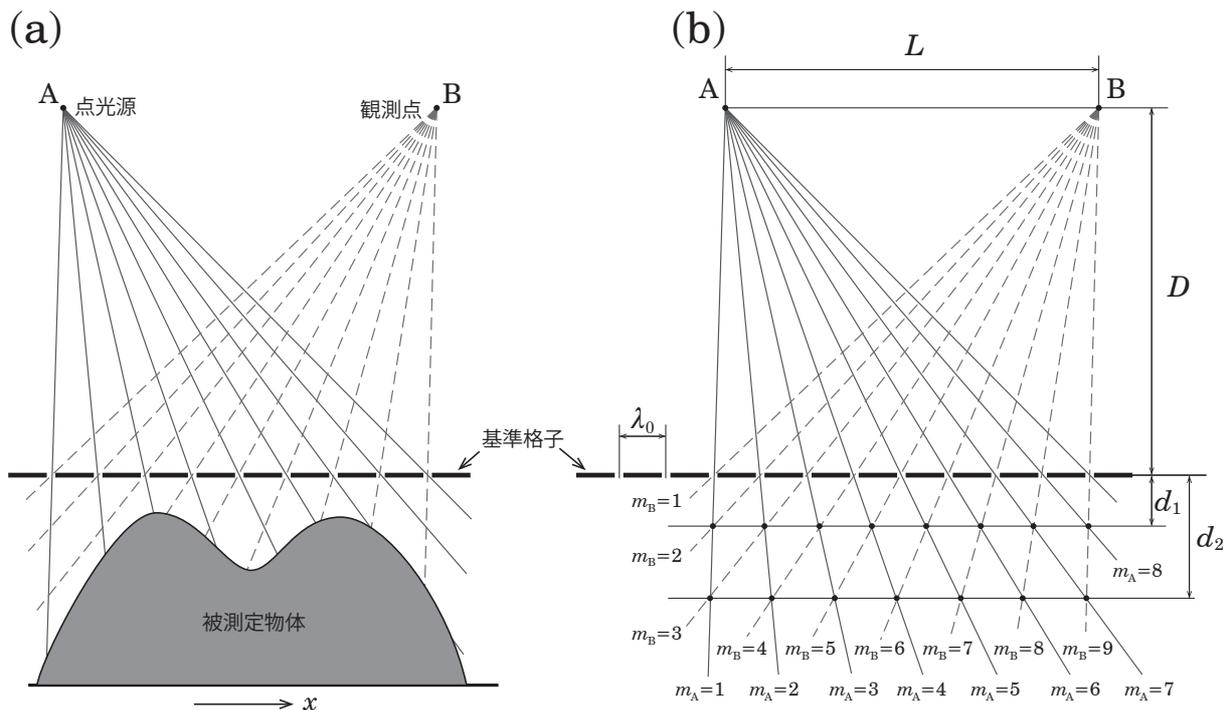


図2: 格子照射法の概略図