

生物工学 Ⅱ

次の[Ⅱ - 1]～[Ⅱ - 3]の 3 題を、それぞれ別の解答用紙に答えよ。

[Ⅱ - 1] (生物)

現在の細胞生物学は顕微鏡と共に発展したといっても過言ではない。特にフックがコルクの断面の細孔を見て、「細胞」と名づけたのが、細胞観察の始まりと言われている。そして、19 世紀にはシュライデンやシュバンらが顕微鏡で動物・植物細胞を観察し、それによって現在の「細胞説」が完成した。その後、可視光による光学顕微鏡のレンズの理論的限界がアッペによって示された。現在、光学顕微鏡のレンズにはその分解能に関する数値として、開口数 (NA) が表記されている。 NA と分解能、焦点深度との関係は下の式で表される。

$$\text{開口数 } NA = n \sin \theta$$

$$\text{分解能 } \alpha = \frac{0.61\lambda}{NA}$$

$$\text{焦点深度 } \Delta = \frac{\lambda}{2(NA)^2}$$

n : 試料とレンズの間の媒体の屈折率。空気では 1。エマージョンオイルでは 1.5。

θ : 物体からレンズに入射する光線の光軸に対する最大角度。

λ : 使用する光の波長(nm)。白色光は 530 nm として計算する。

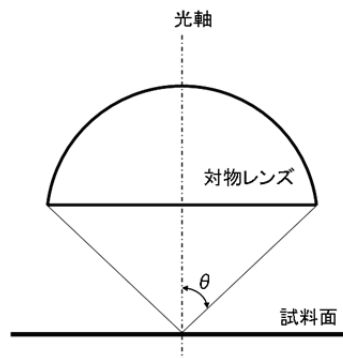


図 1 対物レンズに入射する光線の角度

以下の設問に答えよ。

- (ア) 「細胞説」とはどのような説か説明せよ。
- (イ) 60 倍でレンズの最大角度である θ が $\sin\theta = 0.93$ である油浸対物レンズを用いた場合、白色光で観察できる分解能はいくらになるか。
- (ウ) 光学顕微鏡で分解能を高めたい場合、どのような方法が考えられるか。さらに、そのような方法を取った場合、焦点深度はどのように変化するか。

(次のページに続く)

図 2、図 3 は電子顕微鏡の構造の模式図である。

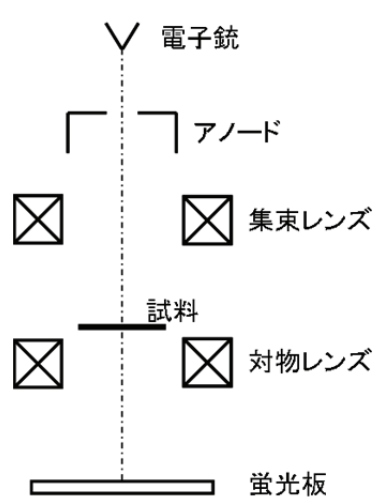


図 2 透過型電子顕微鏡の簡易構造図

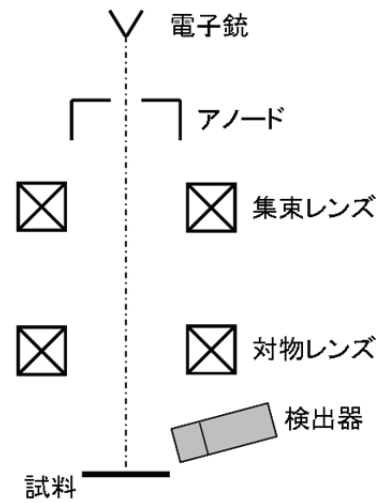


図 3 走査型電子顕微鏡の簡易構造図

以下の設問に答えよ。

ただし、電子線の波長 λ (nm) と電子銃における加速電圧 V (V) との間には以下の関係式が成り立つ。

$$\lambda = \frac{1.23}{\sqrt{V}}$$

- (エ) 光学顕微鏡よりも小さいものを見るのに透過型電子顕微鏡がしばしば使用される。それは何故か。
- (オ) 透過型電子顕微鏡では一般的に筐体内部を真空にする必要があるが、それは何故か。
- (カ) 透過型電子顕微鏡では光学顕微鏡の対物レンズの代わりに磁気コイルによって電子を集束することで試料に照射するが、一般的に透過型電子顕微鏡の焦点深度は深いことが知られている。それは何故か。
- (キ) 走査型電子顕微鏡の検出原理を透過型電子顕微鏡と比較しながら説明せよ。
- (ク) 走査型電子顕微鏡の試料調整では、しばしば試料表面を白金や金などでコーティングすることが行なわれるが、それは何故か。

[Ⅱ - 2] (物理)

磁気共鳴画像法(MRI)に関連する以下の問いに答えよ。

(問 1) ^1H 原子核はスピン角運動量 \mathbf{J} を持っており、磁場に対しては磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ と同じふるまいをする。両者の間には $\boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{J}$ の関係がある。比例係数 γ は磁気回転比と呼ばれる。静磁場 \mathbf{B}_0 の中に磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ が置かれた場合、磁気モーメントにはトルク $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_0$ が働き、静磁場の方向を軸とした歳差運動を行う。この歳差運動の角振動数を考える。いま、ある短い時間 Δt の間に、図 1 に示すように角運動量が静磁場 \mathbf{B}_0 の方向に対して同じ角度 θ を維持しながら \mathbf{J} から \mathbf{J}' に変わるとする。

(ア) 歳差運動の角振動数を ω_p としたときに、時間 Δt の間の角運動量の変化量の大きさ ΔJ を $J, \theta, \omega_p, \Delta t$ を用いて表せ。ただし、 $J \equiv |\mathbf{J}|, \Delta J \equiv |\Delta \mathbf{J}|$ とする。

(イ) 運動方程式によれば角運動量の時間変化はトルクと等しい。このことを利用して、歳差運動の角振動数 ω_p が γB_0 で与えられることを示せ。ただし、 $B_0 \equiv |\mathbf{B}_0|$ とする。

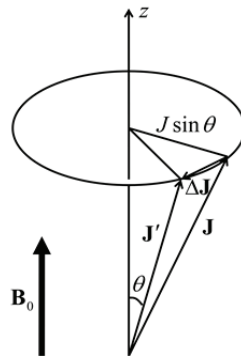


図 1

(問 2) MRI において観測できるのは、磁気モーメント $\boldsymbol{\mu}$ の単位体積あたりの総和である巨視的磁化ベクトル \mathbf{M} である。この磁化ベクトル \mathbf{M} には角運動量 \mathbf{J}_M が伴っており、両者の間には $\mathbf{M} = \gamma \mathbf{J}_M$ の関係がある。静磁場 \mathbf{B}_0 のもとでは、磁化ベクトル \mathbf{M} は \mathbf{B}_0 と同じ方向を向いている。ここに、図 2 に示されるように、 \mathbf{B}_0 と直交する平面内において角振動数 ω_p で回転する磁場 \mathbf{B}_1 を加えたときの、磁化ベクトル \mathbf{M} の時間変化を考える。ここで、静止座標系 $O-xyz$ においては、 $\mathbf{B}_0 = (0, 0, B_0)$ 、 $\mathbf{B}_1 = (B_{1x}, B_{1y}, B_{1z}) = (B_1 \cos \omega_p t, -B_1 \sin \omega_p t, 0)$ とする。

(ア) 静磁場 \mathbf{B}_0 と回転磁場 \mathbf{B}_1 が加わった状態で、角運動量 \mathbf{J}_M が従う運動方程式を書け。ただし、減衰は無視できるものとする。

(イ) z 軸を中心として角振動数 ω_p で回転する回転座標系 $O-x'y'z$ においては、見かけの磁場 ω_p / γ が z 軸の負方向に生じて静磁場 \mathbf{B}_0 の影響が相殺され、 z 軸方向の磁場は見かけ上 0 になる。時刻 $t=0$ において回転座標系の x' 軸、 y' 軸は静止座標系の x 軸、 y 軸とそれぞれ一致しているものとする。回転座標系における回転磁場 \mathbf{B}_1 の各成分を書け。

(ウ) 回転座標系における磁化ベクトル \mathbf{M} の運動は、回転磁場 \mathbf{B}_1 の影響のみを受ける。磁化ベクトルの各成分 (M_x, M_y, M_z) が従う微分方程式を書け。

(次のページに続く)

- (エ) 時刻 $t=0$ のときに $\mathbf{M}=(0,0,M_0)$ であるとして、(ウ) で得られた微分方程式を M_x, M_y, M_z について解き、回転座標系における磁化ベクトル \mathbf{M} の運動を簡潔に説明せよ。
- (オ) 実際の計測においては、回転磁場は電磁波を計測対象へ照射することによって印加される。この電磁波は RF パルスと呼ばれる。 ^1H 原子核の磁気回転比 γ を 42.58 MHz/T 、RF パルスによって生成される回転磁場の振幅 B_1 を $1.0 \times 10^{-4} \text{ T}$ としたときに、(エ) の初期状態にある磁化ベクトルに対し、RF パルスを一定時間照射して、 $\mathbf{M}=(0,0,-M_0)$ という励起状態にしたい。RF パルスの照射時間のうち、最も短いものを求めよ。

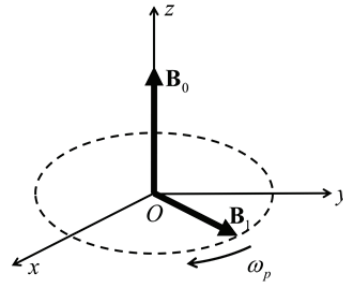


図 2

- (問 3) MRI による計測対象の画像化は、磁化ベクトル \mathbf{M} が平衡状態に緩和する際の運動により発生する NMR 信号に基づいて行われる。三次元像の再構成のためには、計測された NMR 信号が計測対象のどの部位から発せられたかを、 x 軸、 y 軸、 z 軸のすべてにおいて同定する必要がある。ここでは静磁場方向である z 軸方向のスライスを選択方法について考える。

スライスを選択のために、 z 座標に比例する強さの傾斜磁場 $B' = G_z z$ を静磁場と同じ方向に印加し、共鳴角振動数 ω_p に z 依存性を生じさせる。ここで G_z は比例定数である。撮像したいスライスに対応した共鳴角振動数を持つ RF パルスを照射することで、スライス内の ^1H 原子核のみを選択的に励起することができる。撮像したいスライス S の厚み方向の座標を z_1 から z_2 とする(ただし、 $z_1 < z_2$)。

- (ア) スライス S の両端 $z = z_1$ および $z = z_2$ におけるそれぞれの共鳴角振動数 ω_1 および ω_2 を、 $B_0, G_z, z_1, z_2, \gamma$ を用いて表せ。
- (イ) スライス S 内の ^1H 原子核のみを励起するためには、共鳴角振動数 ω_1 から ω_2 までの成分のみを含む RF パルスを照射すればよい。これに適する RF パルスの波形は、中心角振動数 $\omega_c \equiv (\omega_1 + \omega_2)/2$ の正余弦波を、sinc 関数 ($f(x) = \sin x/x$) で振幅変調したものであることを示せ。

ヒント: $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ と置くと、RF パルスの周波数領域での表現は以下のようなになる。

$$F(\omega) = \begin{cases} 1 & \left(\omega_c - \frac{\Delta\omega}{2} < \omega < \omega_c + \frac{\Delta\omega}{2} \right) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

[Ⅱ - 3] (情報・システム)

以下の問いに答えよ.

(問 1) 図 1 のように, 幅 x_0 である計測対象があり, X 線吸収率は一様で f_0 とする. この計測対象に, X 線源からビームを x 軸方向に照射して, 計測対象を透過した X 線強度を検出器で計測する. 照射 X 線強度が I_0 , 透過 X 線強度が I_1 である場合の I_1 / I_0 を求めよ. なお, 計測対象外の X 線吸収率は 0 とする.

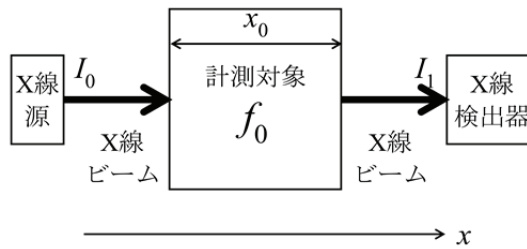


図 1

(問 2) 図 2 のように, xy 平面上に X 線吸収率分布が $f(x, y)$ である計測対象がある. この計測対象に, 強度が I_0 である X 線ビームを $y = y_0$ に沿って照射する. 計測対象を透過した X 線強度を $I_1(y_0)$ とした場合の $I_1(y_0) / I_0$ を求めよ. なお, X 線源は $x = -\infty$, X 線検出器は $x = \infty$ に位置するとせよ.

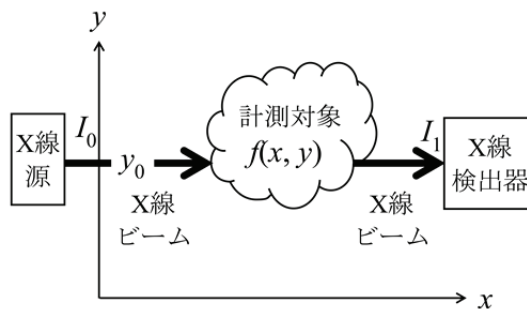


図 2

(次のページに続く)

(問 3) 図 3(a) のように, xy 平面上に X 線吸収率分布が $f(x, y)$ である計測対象がある. この計測対象に, 図 3(b) のように, 強度が I_0 である一様な平行 X 線ビームを x 軸から θ 回転した方向に沿って照射する. この際, X 線に平行な方向を x' 軸, x' 軸に垂直な方向を y' 軸とする. 計測対象を透過した X 線の強度を $I_1(y', \theta)$ とした場合, $p(y', \theta) = \log\{I_0 / I_1(y', \theta)\}$ を x', y' を用いて表せ.

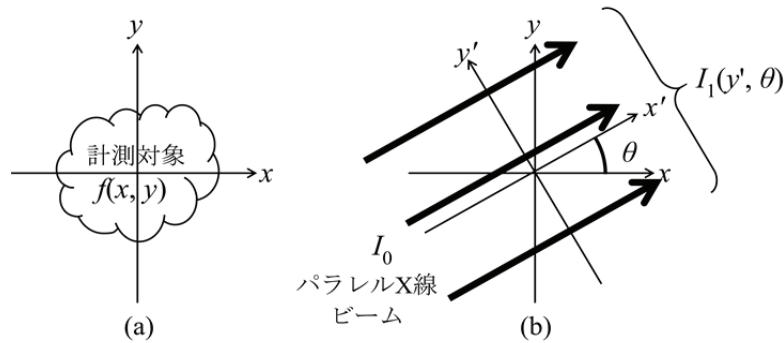


図 3

(問 4) θ を変化させながら透過 X 線強度を計測したところ, 図 4(a)-(c) に示すような $p(y', \theta)$ が得られた. 図 4において, θ は 0 から π , y' は $-y_s$ から y_s である. また, $p=0$ は黒で, $p=1$ は白であり, $0 < p < 1$ は黒から白への連続な階調で表す. 各々の計測対象を描け. なお, $r_0 < y_s$ である.

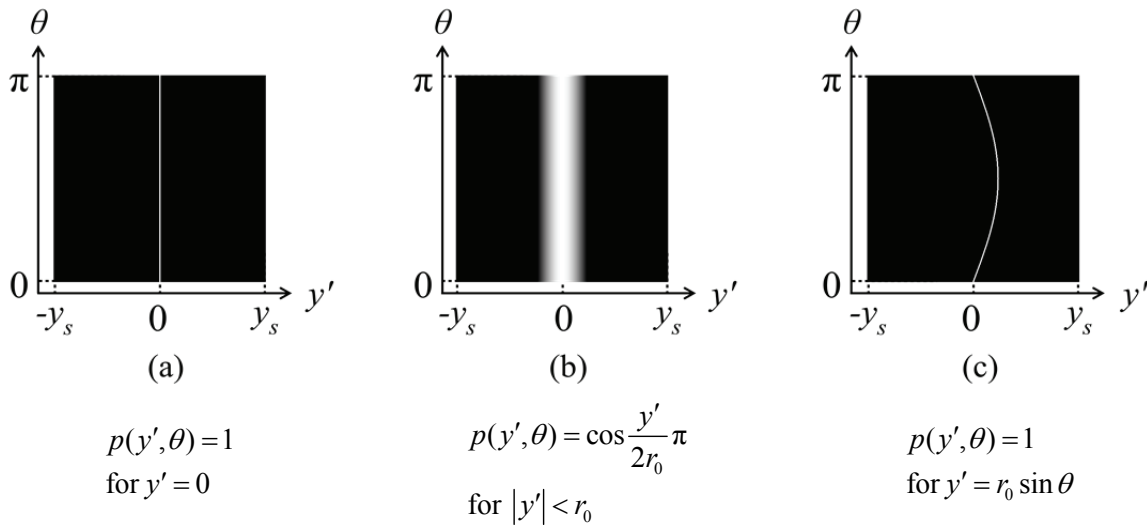


図 4