生物工学　Ｉ

次の[Ｉ－１]～[Ｉ－３]の３題を，それぞれ別の解答用紙に答えよ．

［Ｉ－１］（生物）

（問１）　ミトコンドリアにおけるプロトン勾配と電気化学的ポテンシャルについて

（ア）　ミトコンドリアの概念図(特に内膜)を描き、そこに ATPase を簡略形で描き入れよ。ミトコンドリア内膜に対しての方向性に留意すること。（構造を描く際の注意：H^+-ATPase は生体膜中に円筒状のユニットと膜上に突き出た球状のユニットからなり、プロトンが円筒状のユニットから球状のユニット方向へ移動する（膜を超えて移動する）時に ATP が合成される。）

（イ）　膜の電気化学的ポテンシャルを用いて ATPase が回転し、電気化学的なエネルギーを化学反応のエネルギーに変換し、最終的に ATP が合成される。このとき、ATPase の回転のために、上記のポテンシャルエネルギーが使われる。ATPase の回転を観測することは可能であろうか。実験方法を考えて記せ。

（ウ）　プロトンの移動数（モル数）と ATP 合成数（モル数）の量的関係は実験的には整数にならないことが知られている。このことを出発点として、運動や回転にかかわる生体機械は、硬い要素からなる人工的な機械とは異なる特性を持つと認識されるようになった。この特性を表すのに「ルースカップリング」と言う概念が唱えられているが、それを説明せよ。

（問２）遺伝子間距離を用いた生物種間の系統関係について

生物の種の相関性を比較する方法の一つとして系統樹がある。系統樹は現存種への進化の道筋を示す共通の先祖を持った樹状図で表される（例 : 図 1)。系統樹は遺伝的な相関を用いたクラスタ化として捉えることができる。

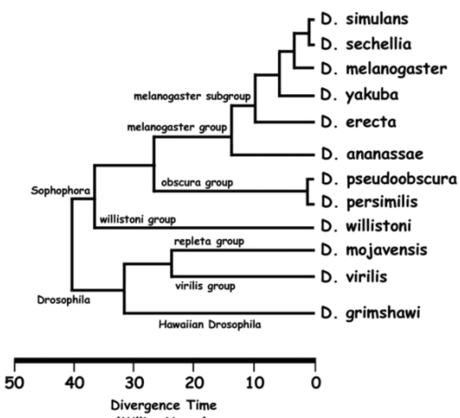


図 1.　ショウジョウバエの系統樹

(次のページに続く)

生物種間の遺伝的距離を数値として表し、これを要素とする行列で表したものは距離行列と呼ばれる。UPGMA 法（非加重結合法）は距離行列を元に系統樹を作成する方法の一つであり、距離行列中でもっとも距離の近い種からペアとして結びつけていくことを繰り返す、段階的探索法である。このとき N×N の行列は最小距離にある 2 要素が新しい 1 要素としてまとまり、更新された行列は(N-1)×(N-1)になる。この操作が繰り返され、種またはグループは次々とまとめられて最終的にはすべての要素が一つのグループになる。

以下に例を示す。地域毎に住んでいる種 K、P、A、N、E の距離行列が以下のように与えられたとする。距離行列を構成する単位は OTU（operation taxonomic unit）とよび、単一の種、または種の集合した単位となる。この表に基づいて、これらの種を階層的にグループ分けしたい。
遺伝的距離で最も近いのは、値 10 を持つ N と E のペアなので、これを合体 OTU とする。

	K	P	A	N	E
K					
P	13				
A	16	22			
N	13	19	11		
E	13	17	11	10	

（ア）
新しい距離行列は、新しい合体 OTU[NE]と、他の OTU とのあいだで距離を計算しなければならない。UPGMA 法では要素の平均で新しい距離が与えられるものとする。

$$d_{ij} = \frac{\sum_{p \in G_i} \sum_{q \in G_j} d(p,q)}{n_i + n_j}$$

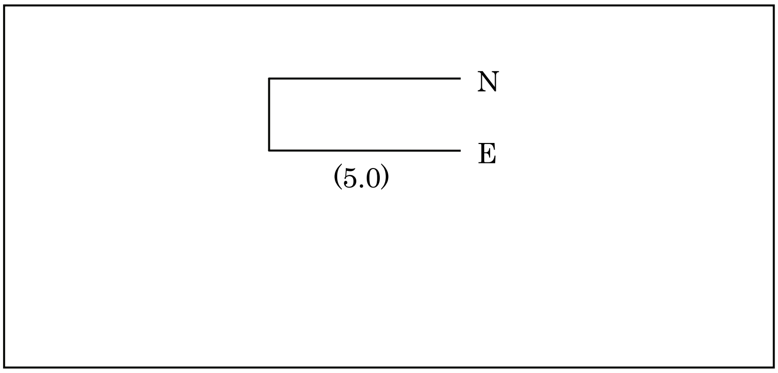
OTU[i]と OTU[j]の間の距離 d_{ij} は、OTU[i]を構成するすべての種 p と OTU[j]を構成するすべての種 q との間の距離 $d(p,q)$を平均したものである。また、n_i、n_j は、OTU[i]、OTU[j]を構成する種の数である。たとえば、OTU[NE]と OTU[K]との距離は、d(NE,K) = [d(N,K) + d(E,K)] /2 = (13 + 13)/2 = 13 で得られる。新しい距離行列をもとめ、以下の表に記入せよ（解答用紙に以下の表を書き写し、そこに記入せよ）。

	K	P	A	NE
K				
P				
A				
NE	13			

(次のページに続く)

（イ）

系統樹の枝の長さは遺伝距離を示す。はじめに求めた最小距離の場合、N と E は遺伝距離が 10 なので、下図のようにともに長さ 5 の枝長を持ちつながっている。ただし、このような書き方の場合の縦軸は、単なるつながりを示すだけであり、遺伝距離とは無関係であることに留意せよ。(ア)で求めた距離行列から次のステップの最小距離をさがし、下図に書き加えよ（解答用紙に以下の表を書き写し、そこに記入せよ）。



（ウ）

UPGMA 法により系統樹を完成させよ。

（問３）遺伝子の中立進化説について説明せよ。特に、突然変異が直接的に形質獲得に結びつくとする従来の理解をどのように修正するのかに留意して記せ。

[Ｉ ‐ ２]（物理）

真空中に，点電荷，導体球，導体球殻が存在する時の静電場に関して以下の問いに答えよ．なお，真空の誘電率は一様で ε_0 とし，球，および，球殻は完全導体とする．

（問１） 点電荷 $+Q$ が，xyz 空間中の原点に存在する．x 軸上 $(x > 0)$ における電界 $\mathbf{E}_0(x)$ を求めよ．

（問２） 図 1 に，中心が原点で半径が r_0 である導体球の xy 断面を示す．球表面に電荷 $+Q$ を一様に帯電させた場合，x 軸上における電界 $\mathbf{E}_1(x)$ を求めよ．

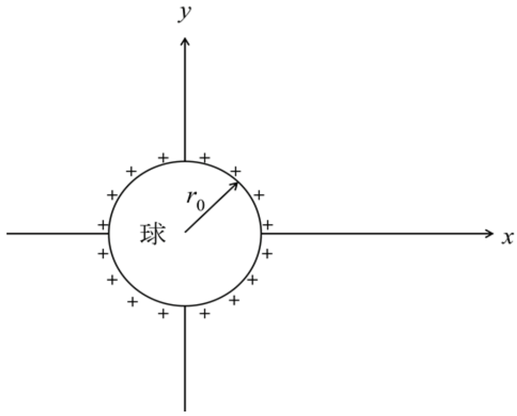


図 1

（問３） 図 1 において，x 軸上における電位 $V_1(x)$ を求めよ．なお，無限遠の電位を 0 とする．

（問４） 図 2 に，中心が原点で半径が r_0 である導体球の xy 断面と，中心が原点で内径および外径が r_1，r_2 である導体球殻の xy 断面を示す．球の表面に電荷 $+Q$ を，球殻の内面に電荷 $-Q$ を一様に帯電させた．球と球殻間の電位差 V_2 を求めよ．なお，$r_0 < r_1 < r_2$ である．

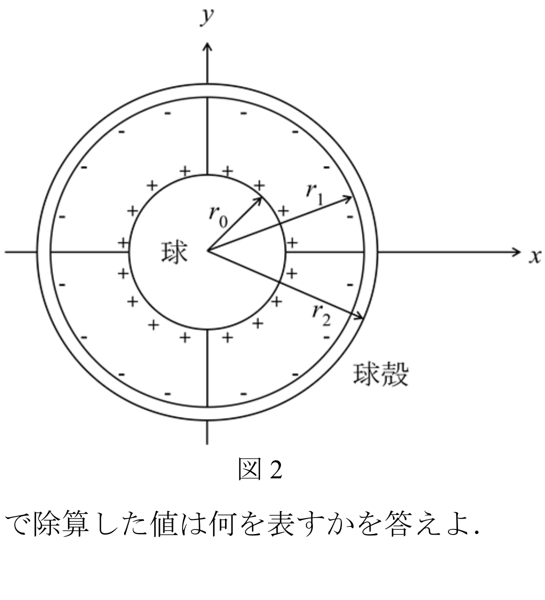


図 2

（問５） Q を問 4 で求めた V_2 で除算した値は何を表すかを答えよ．

［Ⅰ－３］（情報・システム）

以下の問いに答えよ．

（問１）　実数を要素にもつ行列

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$$

および 2 つの 2 次元実ベクトル

$$B=\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix},\quad K=(k_1 \quad k_2)$$

を考える．行列$A+BK$を成分で表せ．さらに，行列$A+BK$の固有値λが満たす固有方程式をA，BおよびKの成分を用いて記せ．

（問２）問 1 において, 行列AとベクトルBが与えられたときに, ベクトルKを適切に選ぶことで, 行列$A+BK$の固有値を任意の 2 実数値あるいは任意の共役複素数ペアに定めることができるためには，次の 2×2 行列

$$\begin{pmatrix} B & AB \end{pmatrix}$$

の行列式が非零でなければならないことを示せ．

（問３）次の常微分方程式で表される制御系を考える．

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}u$$

ここで,

$$x=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

は系の状態ベクトルで，uはスカラー値をとる制御入力である．

$$K=\begin{pmatrix} k_1 & k_2 \end{pmatrix},\quad u=Kx$$

とすることで，フィードバック制御系を構成する．このフィードバック制御系の特性方程式の 2 つの根（固有値）を-1 および-3 とするようなフィードバックゲインKの値を求めよ．