生物工学Ⅰ

次の［Ⅰ－１］～［Ⅰ－３］の３題を、それぞれ別の答案用紙に答えなさい。

［Ⅰ－１］（生物）

（問１） 以下(ア)から(ス)に適切な言葉あるいは数値を入れよ。

細胞は幾つもの細胞内小器官から構成されているが、その中で（ア）は遺伝情報を格納している。遺伝情報の本質はDNAであり、４種類のヌクレオチドから構成されている。ヌクレオチドは塩基、(イ）と(ウ)から構成されている。塩基には４種類あり、DNA の場合はチミン、(エ)、(オ) と(カ)からなる。チミンと（エ）とは２つの（キ）結合によって、また（オ）と（カ）は（ク）つの（キ）結合によって向き合う性質をもつ。これによって２本のDNA分子がらせん構造をとる。タンパク質が作られるときには、まずDNAからRNAが合成される。RNAも４種類の塩基を含むヌクレオチドから構成されているが、DNAと異なる点はチミンの代わりに(ケ)が用いられていることである。この合成反応は、一方のDNA鎖を鋳型にしてヌクレオチドが次々と（コ）結合によって付加されることによって進行する。通常合成されたばかりのRNAは、タンパク質に翻訳されない部分を多々含んでいる。これらは（サ）と呼ばれ、(シ）という反応によって取り除かれて、メッセンジャーRNAとなる。このようにして作られたメッセンジャーRNAは、タンパク質とRNAとの複合体からなる（ス）において翻訳されタンパク質が合成される。

（問２） 以下の問題文を読み、設問(a)-(f)に答えよ。

タンパク質Xの分子進化を調べるために、マウス、イタチ、サルにおいてタンパク質Xをコードする遺伝子***x***を解析することにした。マウスについては、その塩基配列が明らかにされているので（以下参照、本来チミンはRNAを構成する塩基ではないが、ここでは便宜上チミンとして表記している)、イタチ、サルの遺伝子***x***の塩基配列を実験から決定することにした。そのために、それぞれの動物の脳組織から RNA を抽出し、5’-ggccagtgcatct-3’をプライマーとしてcDNAを合成した。次いで、そのcDNAを鋳型にしてPCR(polymerase chain reaction) を行い、イタチ、サルの遺伝子***x***の塩基配列を求めた。また、得られた塩基配列からタンパク質Xのアミノ酸配列を導き出した。その後、遺伝子***x***の塩基配列やタンパク質Xのアミノ酸配列を種間で比較した。ただし、以下の塩基配列の中で、1-20番、340-360番の配列は、種を越えても変わらないものとする。

```
  1 tgaagccagt ggtccaggag ctggcctctt tgctaagcat tcttcactct gtgtcttgat
 61 gtcccttaga gtggacatga tcctcaaact gatggccggc attctactgc tgactgtgtg
121 tttggaaggc tgctccagcc agcactggtc ctatgggttg cgccctgggg gaaagagaaa
181 cactgaacac ttggttgagt ctttccaaga gatgggcaag gaggtggatc aaatggcaga
241 accccagcac ttcgaatgta ctgtccactg gccccgttca cccctcaggg atctgcgagg
301 agctctggaa agtctgattg aagaggaagc caggcagaag aagatgtaga tgcactggcc
```

（次のページに続く）

(a) RNA から DNA を合成するために必要な分子は何か。反応用の緩衝液とプライマーを除いて挙げよ。

(b) 作成した cDNA 全長に対して PCR 反応を行うためには、どのようなプライマーを準備すれば良いか。その塩基配列を示せ。ただしプライマーの長さは 15 塩基とする。

(c) PCR（30 サイクル）の結果、目的の２本鎖 DNA の分子数は最初の RNA 分子数の何倍になるか。ただし、PCR は理想的なものとする。

(d) 上に示した塩基配列において、開始コドン（atg）は 1 番から 100 番の間に、また終止コドン（tag）は 301 番から 360 番までの間にあるとすると、タンパク質 X は幾つのアミノ酸からなるか。

(e) ２つの動物種で遺伝子 ***x*** の塩基配列を比較したときの相違点の数を a(***x***)、タンパク質 X のアミノ酸配列の相違点の数を A(X)とする。A(X)/a(***x***)はどのような値をとると考えられるか。その値の範囲を示せ。ただし、ここでは塩基配列における相違点の間隔は 5 塩基以上あるものとして答えよ。

(f) 別のタンパク質 Y についてもタンパク質 X と同様にして、遺伝子 ***y*** の塩基配列とタンパク質 Y のアミノ酸配列を種間で比較した。その結果、A(Y)/a(***y***)の値は、マウスとイタチとの比較においても、またマウスとサルとの比較においても、A(X)/a(***x***)の値よりもかなり大きかった。このことからタンパク質 Y の機能と進化との関係についてどのようなことが言えるかを考察せよ。

（問３）　問２で示されたタンパク質 X は、最終的にはゴナドトロピン放出ホルモンとなる。このホルモンは視床下部にある神経細胞の軸索終末から放出され下垂体細胞に働きかけ黄体形成ホルモンなどの分泌を促進する。一方、軸索終末からは通常の伝達物質を用いたシナプス伝達の機構もあるが、ホルモンと神経伝達物質を用いた伝達様式の違いは何か。少なくとも２つ挙げて解説せよ。

［Ｉ－２］（物理）

以下の文章の空欄(ａ)から(ｊ)に適切な語句あるいは数式を答案用紙に記せ．

断面積Sが一定でまっすぐな試験管に水を満たし，その底に食塩の塊を沈めたときにおきる現象を考える．食塩に対する重力の影響を無視すると，食塩は溶け出し，食塩水の濃度は次第に上方まで高くなっていき，十分な時間が経つと濃度は一様になる．食塩水が次第に濃くなっていく過程で，溶質である食塩が下から上へ移動する．これは溶質の流れが存在することを意味する．熱の流れが温度勾配に比例するのと同様に，溶質の流れは（　　a　　）に比例すると考えることができる．すなわち，試験管の底面からの高さをz，時刻をtとしたとき，高さzでの溶質の単位時間・単位面積当たりの流れ$J(z,t)$は，そこでの溶質濃度を$c(z,t)$，必要な正の比例定数をDとすると，

$J(z,t) =$（　　b　　）　　　　式(1)

と表すことができる．今，時刻tおよびそこから微小時間経過後の時刻$t+\Delta t$の間に高さzから$z+\Delta z$の領域に流入する正味の溶質は

(　　　　c　　　　)

となる．この溶質の正味の流入が，Δtの間の高さzから$z+\Delta z$までの微小体積要素の溶質濃度の増加$c(z,t+\Delta t)-c(z,t)$をもたらすことから，

(　　d　　) = (　　c　　)　　　　式(2)

が成り立つ．式(1)および(2)から，溶質濃度$c(z,t)$の時空間変動を記述する拡散方程式

(　　　　e　　　　)

が導かれる．

底に十分な量の食塩の塊を入れた高さhの試験管を，水を満たした大きな水槽の底に取り付けて，試験管の口のところで試験管内の食塩水と水槽の水がいつでも十分に入れ替わるようにすると，試験管の口の部分における食塩水の濃度は常に0に保たれる．この状態で十分時間が経った定常状態における試験管内の食塩水濃度の空間分布を求めよう．まず，定常状態であるので，拡散方程式において，

(　　f　　) = 0

が成り立つ．ここでは，$c(z,t)$は時間によらないので，これを単に$c(z)$と記す．試験管の底を$z=0$にとると，$c(h)=0$であること，および試験管の底では食塩水は飽和濃度Cに達している（つまり$c(0)=C$）とすると，

$c(z) =$(　　g　　)

となる．

（次のページに続く）

次に，まっすぐな試験管の代わりに断面積Sが口の部分から下方に向かって$S(z)=a+b(h-z)$に従って大きくなる三角フラスコを用いた同様な実験を考える．このとき，時刻tから$t+\Delta t$の間に高さzから$z+\Delta z$の領域に流入する正味の溶質は

（　　　h　　　　）

となる．式(2)の導出と同様にして，溶質の正味の流入と溶質濃度の増加を関係付けることにより，容器の断面積が変化する場合の拡散方程式

$$S(z)\frac{\partial c}{\partial t}=D\frac{\partial}{\partial z}\left(\quad \mathrm{i} \quad\right)$$

が得られる．この場合，定常状態における高さ z での食塩水濃度は

$c(z)=($　　　j　　　　$)$

となる．

[Ｉ－３]（情報・システム工学）

固定された１軸回りを 2 次元鉛直平面内で小振幅の振子運動をする単一剛体振子を考える．振子の質量を m [kg]，回転軸回りの慣性モーメントを I [kg·m^2] とする．回転軸には，振子の回転速度に比例する摩擦力が作用するものとし，その摩擦係数を B [Nm·s/rad] とする．また，回転軸から振子の重心までの距離を L [m]，重力加速度を g [m/s^2] とする．回転軸にはモータが取り付けられており，振子に外力トルク τ [Nm] を加えることができる．鉛直下向きから反時計回りに測った振子の回転角を θ [rad] とする．

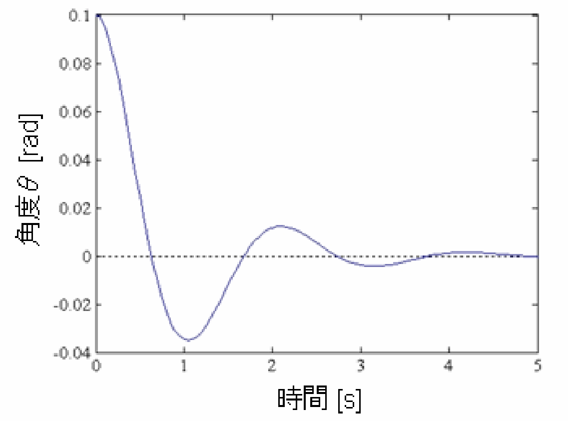

図１：振子が減衰振動する様子

（問１） 回転角 θ [rad] が微小であることも考慮して，振子の回転の運動方程式を記せ．ただし $mgL = K$ とせよ．

（問２） 外力トルク $\tau = 0$ として，時刻ゼロにおける位置が θ_0，速度がゼロであるような初期状態から振子に運動させたところ，図１のような減衰振動が得られた．この減衰振動は，

$$\theta(t) = \theta_0 e^{-\alpha t} \cos(\Omega t)$$

と表せる．α と Ω，および，減衰の時定数と振動周期を，I, B, K を用いて表せ．

（次のページに続く）

（問３）　次の文章の空欄(a)から(j)に適切な数式等を答案用紙に記せ．

図１から振動の周期がおよそ P であることがわかった．また，時刻 $t=0$, $t=P$, $t=2P$ における振子の角度は，それぞれ θ_0, θ_1, θ_2 であった．これらのデータから問２で定義した α の値を推定しよう．減衰振動する θ が極大値をとる時刻 t（すなわち $t=0$, $t=P$, $t=2P$）を横軸，各時刻における θ の極大値の自然対数値（$y_0=\ln\theta_0,\ y_1=\ln\theta_1,\ y_2=\ln\theta_2$）を縦軸とするグラフ上に，３つの点 $(0, y_0)$，(P, y_1)，$(2P, y_2)$ をプロットすると，これらの点は，傾きが $(-a)$，縦軸の切片が b である直線 $y=-at+b$ 上にほぼ乗っていることがわかった．ただし $a>0,\ b>0$ である．３つの点とこの直線との２乗誤差は，

$$\varepsilon=((\ \mathrm{a}\ )-y_0)^2+((\ \mathrm{b}\ )-y_1)^2+((\ \mathrm{c}\ )-y_2)^2$$

とかける．これを最小とする a と b は，次の連立方程式の解である．

$$\begin{pmatrix}(\ \mathrm{d}\ ) & (\ \mathrm{e}\ )\\ (\ \mathrm{f}\ ) & (\ \mathrm{g}\ )\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a\\ b\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}(\ \mathrm{h}\ )\\ (\ \mathrm{i}\ )\end{pmatrix}$$

図１から，$P=2$，$\theta_0=0.1,\ \theta_1=0.012,\ \theta_2=0.0015$ を読み取った．このとき，上記の連立方程式を解くことで，$\boldsymbol{\alpha}\approx(\ \ \mathrm{j}\ \ )$ を推定値とした．なお，必要なら $\mathbf{ln(1.2)\approx 0.2}$，$\mathbf{ln(1.5)\approx 0.4}$，$\mathbf{ln(10)\approx 2.3}$ を用いよ．

（問４）　外力トルク τ を入力，振子の角度 θ を出力とするシステムを考える．このシステムの入出力関係を表す伝達関数 $G(s)$，および周波数伝達関数の大きさの２乗（絶対値の２乗）$|G(j\omega)|^2$ を求めよ．

（問５）　角周波数 ω で正弦波的に変動する外力トルク $\tau=\sin(\omega t)$ を振子に加え，定常状態になった後の振子の振動を計測した．この計測を様々な ω に対して行ったところ，外力トルクの角周波数が $\omega=\omega_C$ のときに，振子は最も大きな振幅で振動した．$|G(j\omega)|^2$ の結果を利用して，この ω_C を I, B, K を用いて表せ．

（問６）　図１のデータを正確に解析したところ，減衰振動の角周波数は 3.0 であることがわかった．また，問５の計測から ω_C はおよそ 2.8 であることがわかった．このとき，振子の３つのパラメータ，I と B と K のおおよその比率を，整数比として求めよ．