

生物学Ⅱ

次の[Ⅱ - 1]～[Ⅱ - 6]問中の 3 題を選択し、それぞれ別の解答用紙を用いて答えよ。

[Ⅱ - 1] (生物)

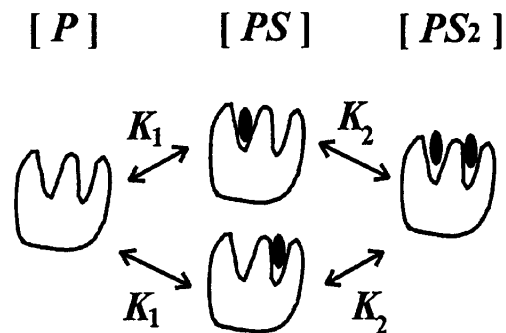
(問 1) 基質分子 S を 1 個だけ結合する部位を持つタンパク分子 P が以下の反応式で基質分子と結合する。



このタンパク分子 P の基質 S による飽和度 Y (結合基質の数 / 基質結合部位の総数) を、基質の濃度 $[S]$ と結合定数 (平衡定数) K を使って求め、 $[S]$ の常用対数 ($\log[S]$) に対する $\log\{Y/(1-Y)\}$ のグラフ (Hill プロットという) の概形を示せ。

(問 2) 次に、基質分子 S を結合する同等な 2 個の結合部位を持つタンパク分子 P を考える (図参照)。この 2 個の結合部位間には相互作用があるものとする。反応式を以下に示す。

結合定数を各々 K_1 、 K_2 とする。



- (a) K_1 、 K_2 を $[S]$ 、 $[P]$ 、 $[PS]$ 、 $[PS_2]$ を用いて記述せよ。
- (b) タンパク分子の基質による飽和度 Y を、 K_1 と K_2 と $[S]$ を使って求めよ。
- (c) いま、 $K_1 < K_2$ の場合を考える。(問 1) と同様に $\log[S]$ に対する $\log\{Y/(1-Y)\}$ のグラフの概形を示し、 K_1 、 K_2 はグラフからどのように読みとれるかを述べよ。
(ヒント: $K_2 = \alpha K_1$ 、ただし $\alpha > 1$ として考えよ。)

(問 3) $K_1 < K_2$ は基質とタンパク分子が結合する過程にどのように影響するか述べよ。さらに、このことは(問 2)で得られた Hill プロットの形状のどこに表れているか述べよ。

(問 4) (問 2) の Hill プロットが(問 1)と同じ形状になるのは K_1 と K_2 にどのような関係があるときかを述べよ。

[II - 2] (生物)

単離した筋繊維にケージド ATP を反応させる実験を行った。ケージド ATP とは、筋繊維の成分とは反応せず、それを加えた後にレーザー光を照射するとニトロソアセトフェノンとリン酸結合が切断され、瞬時に ATP を放出するような試薬である。

まず、単離した横紋筋繊維（弛緩状態にある）の一端を固定し他端を張力計に繋いだ後、界面活性剤を含む溶液に浸し、膜に穴をあけヌクレオチドが通過できるようにする。そこにケージド ATP を含む緩衝液を図 1 の (a) の時点で加えた。そのときゆっくりと少し張力が発生した。次に、図 1 の(b)の時点でケージド ATP とある物質 X を含む緩衝液を入れ、レーザー光を照射したところ、筋繊維は一端弛緩してから張力を発生し、図 1 のような結果が得られた。

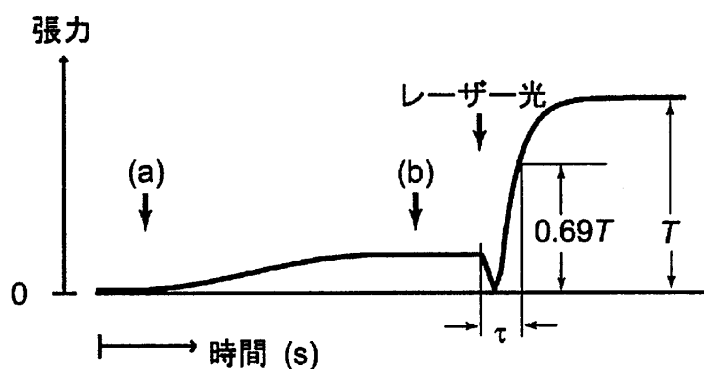


図 1

次に、最大張力を T として、張力が $T(1 - e^{-1}) = 0.69T$ になるまでにかかる時間（時定数 τ (s)）を、放出される ATP の濃度 ($[ATP](M)$) を変えて測定した結果、表 1 のようになった。

表 1

[ATP] ($10^{-3} M$)	0.5	1.0	1.5	2.0	3.0	4.0	5.0
τ (s)	0.061	0.032	0.020	0.016	0.014	0.012	0.013

(M:モル濃度、 s: 秒)

アクトミオシン（アクチンとミオシンの結合コンプレックス）Y が $Y + ATP \xrightarrow{k_1} Y_1 \xrightarrow{k_2} Y_2$ の 2 段階で ATP 分解反応を進行させて張力を発生するとして以下の問いに答えよ。

(問 1) 2 段階反応の最初は 2 次反応で、その速度定数を $k_1 (s^{-1}M^{-1})$ 、次の反応は 1 次反応でその速

度定数を $k_2 (s^{-1})$ とする。時間 t での Y、 Y_1 、 Y_2 の濃度をそれぞれ $[Y]$ 、 $[Y_1]$ 、 $[Y_2]$ とする。Y、

Y_1 、 Y_2 の濃度変化の速度を、時間 t についての微分方程式で表わせ。

(問 2) Y の初期濃度を $[Y_0]$ 、時刻 t での濃度 $[Y]$ ($= [Y_0] - [Y_1] - [Y_2]$) として、問 1 の微分方程式を解いて、 $[Y]/[Y_0]$ 、 $[Y_1]/[Y_0]$ 、 $[Y_2]/[Y_0]$ と k_1 、 k_2 の関係を t の関数として求めよ。ただし、Y との結合による ATP の濃度減少は無視できるとする。微分方程式 $dy/dt = Ay + B(t)$ の解は

$$y = e^{At} \left\{ \int e^{-At'} B(t') dt' + C \right\} \text{ とせよ。}$$

(次のページに続く)

- (問 3) 次に、(i) [ATP]が低い場合、すなわち $[ATP] \ll k_2/k_1$ と(ii) [ATP]が高い場合、すなわち $[ATP] \gg k_2/k_1$ について、 $[Y_2]/[Y_0]$ の近似式を求めよ。
- (問 4) ATP が放出されて最大張力 T が発生するまでの全過程の時定数 τ (s)を、(i) [ATP]が低い場合と(ii) [ATP]が高い場合について求めよ。
- (問 5) 表 1 に示した実験結果を指定の解答用紙のグラフ上に、 $1/\tau$ を[ATP]に対してプロットし、速度定数 k_1 と k_2 のおおよその値をグラフから求めよ。
- (問 6) 筋収縮はATPの加水分解のエネルギーを使ってアクチンとミオシンの相互作用によって張力を発生する過程であるが、そのとき物質 X が必要である。
- X は何か。
 - X がない時、ATP はアクチンに対してどのような働きをするか。
 - ケージド ATP 溶液にはフリーな ATP はない。図 1 の (a) でケージド ATP 溶液を加えたときゆっくり張力が発生する理由は何か。

[Ⅱ - 3] (物理)

三次元結晶はある数の原子を含む単位 (単位胞) が平行移動によって三次元的に周期配列したものである。この結晶からの X 線の回折について以下の問いに答えよ。

- (問 1) 単位胞の並びを表す関数を $I(\mathbf{r})$ とする。単位胞の 3 軸のベクトルを \mathbf{a} , \mathbf{b} , \mathbf{c} とし、それぞれの軸方向の単位胞の数を n_1 , n_2 , n_3 とするとき、 $I(\mathbf{r})$ をデルタ関数を使って表せ。
- (問 2) 単位胞の電子密度分布を $\rho_u(\mathbf{r})$ とすると、結晶構造全体の電子密度分布 $c(\mathbf{r})$ は、 $\rho_u(\mathbf{r})$ と $I(\mathbf{r})$ を使って数学的にどのように表されるか。
- (問 3) 問 2 の式をフーリエ変換したものが結晶からの散乱振幅 $C(\mathbf{s})$ となる。ベクトル \mathbf{s} は入射 X 線 S_0/λ と散乱 X 線 S/λ のベクトルによって $\mathbf{s} = (\mathbf{S} - \mathbf{S}_0)/\lambda$ と定義される (S_0 , S は単位ベクトルである)。 $C(\mathbf{s})$ は $\rho_u(\mathbf{r})$ のフーリエ変換 $F(\mathbf{s})$ と $I(\mathbf{r})$ のフーリエ変換 $L(\mathbf{s})$ によってどのように表されるか。
- (問 4) 単位胞の中に j 番目の原子が原点から \mathbf{r}_j の位置にある。 \mathbf{r}_j の位置にある原子の散乱因子を $f_j(\mathbf{s})$ とすると、 $F(\mathbf{s})$ はどのように表されるか。ここで $|\mathbf{s}| = s$ である。
- (問 5) $L(\mathbf{s}) = L_1(\mathbf{s}) L_2(\mathbf{s}) L_3(\mathbf{s})$ とすると、 $L_1(\mathbf{s}) = \sin[n_1 \pi (\mathbf{s} \cdot \mathbf{a})] / \sin[\pi (\mathbf{s} \cdot \mathbf{a})]$ 、 $L_2(\mathbf{s}) = \sin[n_2 \pi (\mathbf{s} \cdot \mathbf{b})] / \sin[\pi (\mathbf{s} \cdot \mathbf{b})]$ 、 $L_3(\mathbf{s}) = \sin[n_3 \pi (\mathbf{s} \cdot \mathbf{c})] / \sin[\pi (\mathbf{s} \cdot \mathbf{c})]$ となることを示せ (ただし、 n_1 , n_2 , n_3 は奇数とする)。また、 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{a} = 0$ 、 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{b} = 0$ 、 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{c} = 0$ のときの、 $L_1(\mathbf{s})$ 、 $L_2(\mathbf{s})$ 、 $L_3(\mathbf{s})$ の値を求めよ。また、これらの n_1 , n_2 , n_3 が無限大のとき、 h^* , k^* , l^* を整数として、 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{a} = h^*$ 、 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{b} = k^*$ 、 $\mathbf{s} \cdot \mathbf{c} = l^*$ が同時に成り立つときのみ $L(\mathbf{s})$ は大きな値を持つことを示せ。
- (問 6) 単位胞の 3 軸を \mathbf{a}/h , \mathbf{b}/k , \mathbf{c}/l (h , k , l は整数) で切る (hkl) 面 (面間隔、 $d(hkl)$) を考える (図 1 参照)。原点から (hkl) 面へ引いた垂線を OP とする ($|OP| = d(hkl)$)。今ベクトル \mathbf{s} が OP と一致しているとき、問 5 の整数 h^* , k^* , l^* は結晶面を表す指数 h , k , l に等しいことを示せ。また、このとき $|\mathbf{s}| \cdot d(hkl) = 1$ なる関係が得られることを示せ。

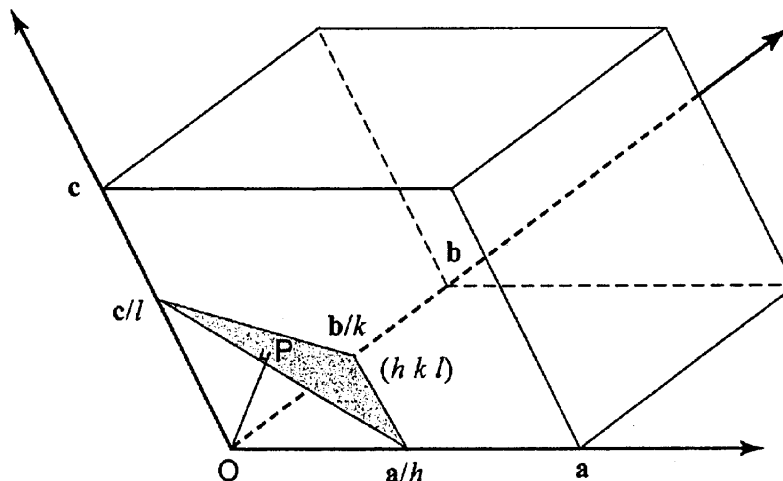


図 1

(次のページに続く)

- (問 7) 指数 $nh\ nk\ nl$ の面からの反射を hkl 面からの反射の高次反射とみなせば、 $|s| \cdot d(hkl) = n$ (n は整数) となる。この関係から、 (hkl) 面群に θ の角度で入射した X 線が θ の角度で反射し、各面ごとの行路差が波長 (λ) の整数倍のとき反射 X 線が互いに強め合うという、ブラッグの式を示せ。ただし、 S_0 と S のなす角を 2θ とする。

[II - 4] (物理)

(問 1) 水素原子の基底状態について次の問に答えよ。

(a) 水素原子の基底状態の波動関数とエネルギーを変分法で求めよ。すなわち、試行関数として $\psi(r) = Ce^{-\lambda r}$ を選び、変分パラメータ λ と規格化因子 C を求めよ。ここで、 r は原子核から電子までの距離である (座標原点は原子核にとるものとする)。また、基底状態は r のみの関数であるので

ハミルトニアンとして $H(r) = -\frac{\hbar^2}{2m_e} \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) - \frac{e^2}{r}$ を用いることができる。ここで、 m_e は電子

の質量、 e は素電荷である。なお、答はボーア半径 $a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$ を使って表わしてもよい。

(b) 強さ F の外部電場を z 軸の正方向にかけたときの、水素原子の基底状態のエネルギー固有値 E_1 を 2 次摂動までの範囲で求めよ。この時の摂動のハミルトニアンは $H' = eFz$ である。また、摂動の

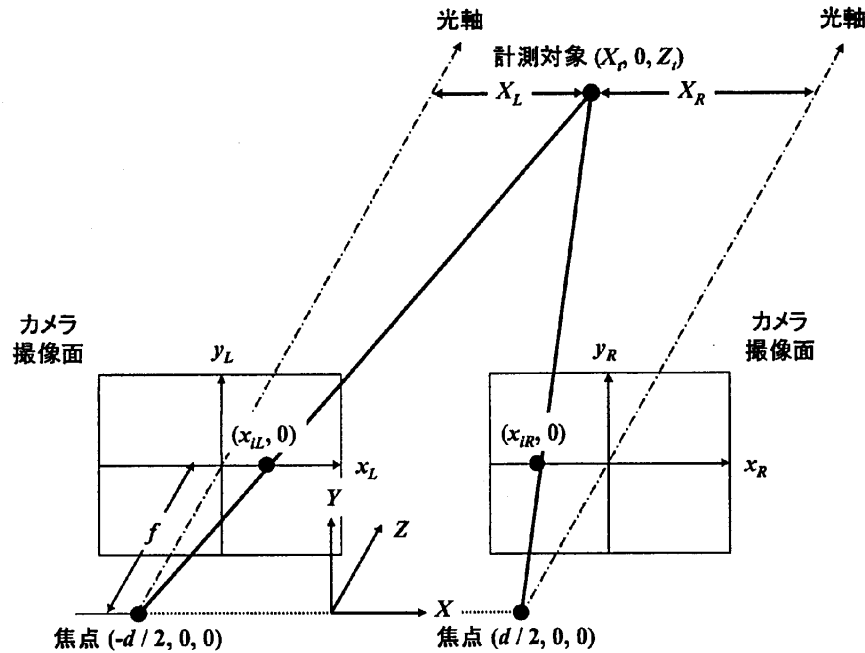
1 次および 2 次のエネルギー $E_1^{(1)}$ および $E_1^{(2)}$ は $E_1^{(1)} = H'_{11}$ および $E_1^{(2)} = \sum_{i \neq 1} \frac{H'_{1i} H'_{i1}}{E_1^{(0)} - E_i^{(0)}}$ で求められる。

ここで、 $H'_{i1} = \int \psi_i^{(0)*} H' \psi_1^{(0)} dx dy dz$ であり、 $\psi_i^{(0)}$ および $E_i^{(0)}$ はそれぞれ摂動の無い時の水素原子の波

動関数およびエネルギー固有値である (ここで、 i は水素原子の状態を指定する 3 つの量子数 n, l, m の組を表わすものとし、 $i=1$ は基底状態を意味するものとする)。また、この計算においては、 $E_1^{(0)} - E_n^{(0)} = E_1^{(0)} - E_2^{(0)}$ (主量子数 $n > 2$) と近似できるものとする。

[II - 5] (情報・システム工学)

図に示すように、Z 軸に平行な光軸を有する二つのカメラがあり、光軸間距離は d である。カメラの焦点距離は f であり、各々の焦点座標を $(-d/2, 0, 0)$ 、 $(d/2, 0, 0)$ とする。 $(X_t, 0, Z_t)$ に位置する計測対象を上述したカメラで撮像したところ、各々の撮像面上で、 $(x_{iL}, 0)$ 、および、 $(x_{iR}, 0)$ に像が得られた。以下の問いに答えよ。



図：光学システム

(問 1) 左のカメラの光軸と計測対象の距離 X_L を、 x_{iL} 、 f 、 Z_t で表せ。

(問 2) 右のカメラの光軸と計測対象の距離 X_R を、 x_{iR} 、 f 、 Z_t で表せ。

(問 3) $u = x_{iL} - x_{iR}$ として、 Z_t を u 、 f 、 d を用いて表せ。

(問 4) 計測対象が無限遠に存在する場合、 u を求めよ。

(問 5) 上記のように距離計測を行うシステムにどのようなものがあるか記せ。

[Ⅱ - 6] (情報・システム工学)

ヒトの静止立位維持時の姿勢制御と姿勢の動揺をモデル化する。まず、ヒトの身体を図 1 に示す 1 個の剛体リンク（倒立振り子）でモデル化する。この剛体は、床面上に固定された支点（回転軸）を中心に、図の平面内でのみ回転する。この回転軸はヒトの足関節に対応する。また回転軸には摩擦はないものとする。この回転軸回りの剛体の慣性モーメントを J 、剛体の質量を m とする。反時計回りの回転を正の方向とし、剛体の姿勢は鉛直上向きからの傾き θ で表す。支点から剛体の重心までの距離を h とする。さて、神経・筋系がこの剛体リンクの運動を制御する。図 2 に、この制御系のブロック図を示した。図で $G(s)$ は制御対象である剛体リンクを表す。以下の問いに答えよ。

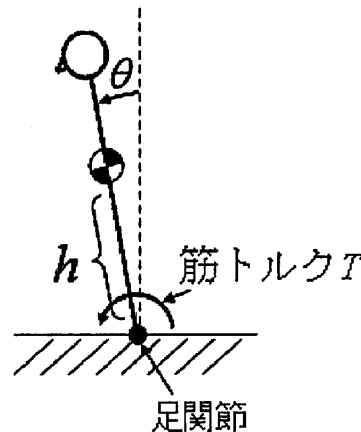


図 1 : 剛体リンクモデル

- (問1) 図 1 に示した剛体リンクの支点に作用するトルクを T として、剛体リンクの回転の運動方程式を書き下せ。ただし、重力加速度を g とする。
- (問2) 以下、剛体の傾き θ は微小とし、 $\sin \theta \approx \theta$ とする。制御対象の伝達関数 $G(s)$ を求めよ。ただし、入力をトルク T 、出力をモデルの姿勢（傾き） θ とせよ。
- (問3) ブロック図中の $K + Bs$ は、足関節を駆動する筋の特性をモデル化したものである ($K > 0, B > 0$ とする)。モデルの姿勢 θ が鉛直上向きから変位したとき、この筋モデルを介したフィードバック制御はどのような役割を果たすか説明せよ。
- (問4) ブロック図中の $N(s)$ は、 $|N(j\omega)| = 1$ であるような白色ガウスノイズを表す。ここで、 j は虚数単位、 ω は角周波数である。したがって、本モデルは、このノイズ $N(s)$ が姿勢の動揺を駆動すると仮定していることになる。 $N(s)$ は時定数 τ の 1 次遅れ系を介したのち、ランダムトルクとして制御対象に入力される。 $\tau = 100, A = 500$ として、この 1 次遅れ系のボード線図の振幅特性を図示せよ。（低周波ゲイン、折点周波数、高周波ゲインの周波数依存性を明記せよ。）

(次のページに続く)

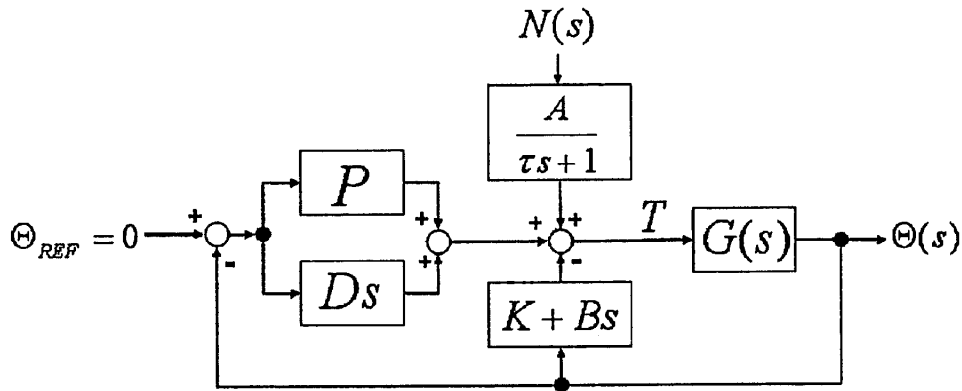


図 2 : 姿勢制御系のモデル

図 2 のブロック図は、目標姿勢 $\Theta_{REF} = 0$ を入力とし、モデルの姿勢 Θ を出力とするフィードバック制御系を表しており、偏差 $\Theta_{REF} - \Theta(s)$ が、ゲイン P の比例制御器と、ゲイン D の微分制御器に入力されている。これら 2 つの制御器は神経系によるフィードバック制御器をモデル化したものである。

(問5) 入力は $\Theta_{REF} = 0$ なので、ブロック図に Θ_{REF} を明示する必要はない。このことを利用して、系への入力が $N(s)$ で、系の出力が $\Theta(s)$ となるように図 2 のブロック図を並べ替えて図示せよ。

(問6) 伝達関数 $H(s) = \frac{\Theta(s)}{N(s)}$ を計算せよ。

(問7) 問 6 で求めた伝達関数は、 $H(s) = \frac{A}{\tau s + 1} \cdot F(s)$ の形に書くことができる。

$K = 100, B = 100, P = 900, D = 100$ として、 $F(s)$ のボード線図の振幅特性 $|F(j\omega)|$ の概形を図示せよ。(ヒント: フィードバック制御器全体を $C(s)$ とし、その振幅特性を考えよ。また、一般に $|U(s)V(s)| \gg 1$ なら $|U(s)/(1+U(s)V(s))| \approx 1/|V(s)|$ とできることを用いよ。)

(問8) 問 4 と問 7 のパラメータ値を用いる。このとき、 $|H(j\omega)|$ の概形を図示せよ。

(問9) ヒトの姿勢動揺の性質がこのモデルでよく再現できるとする。ヒトの静止立位時の姿勢動揺 (θ) を計測した時系列データを得たとする。この時系列のパワースペクトルはどのような形状になるかを簡潔に説明せよ。